

文章编号: 1000-8055(2010)10-2195-06

民用航空发动机单元体送修工作范围决策

付旭云, 钟诗胜, 丁刚

(哈尔滨工业大学 机电工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 为了对航空发动机单元体送修工作范围的制定提供决策支持, 实现决策的自动化和智能化, 在分析航空发动机送修目标的基础上, 提出了一种面向目标的单元体送修工作范围决策方法, 从寿命件、适航指令/服务通告、硬件损伤、软时限、排气温度裕度五个方面分两步进行单元体送修工作范围的制定. 针对决策过程中单元体性能恢复分配存在的难点, 建立了以成本最小为目标的优化模型, 分别采用动态规划和启发式算法对模型进行了求解, 通过对求解结果的比较, 给出了两种算法的适用环境. 最后将提出的决策方法应用于一个原型系统, 在某个航空公司的试用表明了提出的决策方法是有效的, 能够满足航空公司的需求.

关 键 词: 航空发动机; 单元体; 送修工作范围; 排气温度裕度; 性能恢复分配

中图分类号: V263.6

文献标识码: A

Civil aero-engine module workscope decision-making

FU Xu yun, ZHONG Shi sheng, DING Gang

(School of Mechatronics Engineering,

Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: A objective oriented method for module workscope decision-making was proposed to supply support for the aero-engine module workscope and achieve automatic and intelligent decision-making after analyzing the objectives of aero-engine shop visit. Module workscope was made through two steps from five aspects of life limited parts, airworthiness directive/service bulletin, hardware damage, soft time and exhaust gas temperature margin. To solve the problem of distribution of module performance restoration value in decision-making process, an optimization model based on minimum shop visit cost was put forward and solved by using dynamic programming and heuristic algorithm, respectively. By comparing the results, an applicable environment of the two algorithms was given. Finally, the proposed decision-making method was applied to a prototype system. The test result in an airline shows that the proposed decision-making method is effective and capable of satisfying the requirements of airline companies.

Key words: aero-engine; module; workscope; exhaust gas temperature margin; performance restoration value distribution

航空发动机是飞机的重要组成部分. 为了保证飞行安全, 当不满足适航要求时, 航空发动机必须拆下送入车间进行修理. 航空发动机送修时, 面

临的首要问题是确定在车间要做什么样的工作, 即确定送修工作范围. 现代航空发动机大都采用了单元体结构的设计^[1], 所以确定航空发动机的

收稿日期: 2009-09-27; 修订日期: 2010-01-11

基金项目: 国家高技术研究发展计划(2008AA04Z401)

作者简介: 付旭云(1981-), 男, 山西忻州人, 博士生, 主要从事航空发动机全寿命管理及故障诊断的研究.

送修工作范围也就是确定各个单元体的送修工作范围. 单元体的送修工作范围直接影响着航空发动机的送修成本以及修后性能. 一般来说, 单元体送修工作范围的级别越高, 则修后性能越好, 但送修成本也越高. 单元体送修工作范围制定的不合理, 会出现所谓的过维修和欠维修问题. 过维修会增加送修成本, 欠维修则达不到送修目标, 对飞行安全产生严重影响^[2], 所以合理确定单元体的送修工作范围具有重要的意义.

目前, 航空公司在确定单元体的送修工作范围时, 一般会参考航空发动机制造商提供的工作范围计划指导文件(workscope planning guide, 简称 WPG). WPG 对单元体的送修工作范围级别进行了定义, 同时提供了推荐的单元体送修工作范围制定逻辑图. 因为 WPG 没有考虑各个航空公司的实际情况, 而且其着眼点是航空发动机的当前状态, 并不关注送修目标, 如果完全按照 WPG 进行单元体送修工作范围的制定, 结果往往并不符合航空公司的要求, 所以单元体送修工作范围制定的是否合理, 更多地依赖于工程师的实践经验. 现代航空发动机结构越来越复杂, 即使是经验丰富的工程师, 在制定单元体送修工作范围时, 也需要耗费大量的时间和精力^[3], 所以有必要对单元体送修工作范围的决策进行研究. 从目前掌握的资料来看, 这方面的研究比较少, 主要是采用经典粗糙集理论^[4]或者变精度粗糙集理论^[5-6], 从航空发动机性能监控数据和历史送修记录中挖掘状态参数与单元体性能之间的关联规则, 从性能的角度确定单元体的送修工作范围, 和实际应用还有一段距离.

为了对航空发动机单元体送修工作范围的制定提供决策支持, 本文在分析航空发动机送修目标的基础上, 提出了一种面向目标的单元体送修工作范围决策方法. 针对决策过程中单元体性能恢复分配存在的难点, 建立了以成本最小为目标的优化模型, 分别采用动态规划法和启发式算法对模型进行了求解, 并对两种算法进行了比较. 最后基于本文提出的单元体送修工作范围决策方法开发了一个原型系统, 通过在某个航空公司的应用证明了本文提出方法的有效性.

1 面向目标的单元体送修工作范围决策

从机队管理的角度出发, 航空发动机送修时, 一般都会对修后状态有一个期望值. 对于将要退

租的发动机, 目标可能是满足租发合同规定的退租条件就可以了; 对于将要出售的发动机, 目标可能是综合考虑送修成本和出售价格的结果; 对于继续服役的发动机, 目标可能是综合考虑送修成本和修后在翼时间的结果^[7]. 航空发动机的送修目标主要有四个方面: ①修后能服役的总小时数, 不妨记为 H_{goal} ; ②修后能服役的总循环数, 记为 C_{goal} ; ③修后的排气温度裕度(exhaust gas temperature margin, 简称 EGTM), 记为 E_{goal} ; ④修后的适航指令(airworthiness directive, 简称 AD)/服务通告(service bulletin, 简称 SB) 状态. 为了达到送修目标, 必须从五个方面对各个单元体进行评估, 具体如下:

1) 时寿件. 时寿件是使用总小时或总循环在规定小时或循环之前必须更换的零部件. 对于一个有循环限制的时寿件, 设当前使用总循环为 C_{cycle} , 限制循环为 $C_{hardlim}$, 如果 $C_{cycle} + C_{goal} > C_{hardlim}$, 那么该时寿件必须进行更换. 对于有小时限制的时寿件或者既有小时又有循环限制的时寿件, 判断逻辑是类似的. 这样可以得到单元体送修时必须更换的时寿件清单.

2) AD/SB. 根据航空发动机当前的 AD/SB 状态和修后的 AD/SB 状态, 可以获得单元体送修时必须执行的 AD/SB 清单.

3) 硬件损伤. 对于有损伤的零部件, 必须根据相关手册或者历史损伤数据评估其在使用 H_{goal} 或者 C_{goal} 后是否超标^[8]. 如果超标, 该零部件必须进行修理或者更换; 反之, 可以不做任何工作. 这样可以得到单元体送修时必须进行修理或者更换的零部件清单.

4) 软时限. 单元体软时限是根据零部件的可靠性并考虑机会维修等因素确定的^[9]. 一般来说, 如果送修时单元体的大修后总小时(time since overhaul, 简称 TSO) 到达或超过单元体软时限, 则单元体的送修工作范围为大修, 否则只进行针对性的排故. 所以从理论上来说, 单元体的 TSO 超过单元体软时限后, 如果没有因为别的原因送修, 就可以一直使用. 但是这种情况下, 航空发动机的性能下降会很快, 产生潜在的安全风险. 基于此, 在本次送修时就要对预计的下次送修时的 TSO 进行检查. 设单元体当前的 TSO 为 H_{tsopre} , 软时限为 $H_{softlim}$, 如果 $(H_{tsopre} + H_{goal} - H_{softlim}) / H_{softlim} \geq r_{softlim}$, 则单元体的送修工作范围为大修, 式中 $r_{softlim}$ 是 0 到 1 的阈值.

5) EGTM. EGTM 是航空发动机性能监控

中最重要的参数之一^[10]. 设航空发动机当前的 EGT_M 为 E_{pre} , 如果 $E_{goal} - E_{pre} = E_{re} > 0$, 则必须通过对该航空发动机各个单元体的修理使得 EGT_M 至少恢复 E_{re} . 一般情况下, 不同单元体不同级别的送修工作范围能够恢复的 EGT_M 不同, 所以存在使 EGT_M 恢复 E_{re} 的多个方案.

单元体送修工作范围的不同级别都对应不同的分解范围和深度, 所以如果要更换某个零部件或者执行某个 AD/ SB, 单元体送修工作范围必须至少是某个确定的级别. 这样, 根据单元体必须更换的时寿件清单、必须执行的 AD/ SB 清单、必须进行修理或者更换的零部件清单, 就可以确定相应的最低送修工作范围了. 可以看出, 根据时寿件、AD/ SB、硬件损伤、软时限四个方面确定的最低送修工作范围是唯一的, 但是根据 EGT_M 确定的送修工作范围存在多种方案. 因为各个单元体不同的送修工作范围产生的送修成本都不一样, 所以各个方案对应的航空发动机送修成本也存在差异. 从多个方案中寻找出成本最小的方案, 对于航空公司就很有意义. 对于一台航空发动机, 为了获得成本最小的方案, 需要“两步走”, 具体逻辑如下:

- 1) 对于任意一个单元体, 根据时寿件、AD/ SB、硬件损伤、软时限四个方面分别确定相应的最低送修工作范围, 选取其中级别最高的送修工作范围作为该单元体的初始送修工作范围;
- 2) 记各个单元体初始送修工作范围能够恢复的 EGT_M 值为 E'_{re} , 如果 $E'_{re} \geq E_{re}$, 将初始送修工作范围作为最终的送修工作范围, 否则, 提升初始送修工作范围的级别, 从使 EGT_M 至少恢复 E_{re} 的多个方案中选择成本最小的方案作为最终的方案.

2 基于成本最小的单元体性能恢复分配优化模型

提升各个单元体的初始送修工作范围级别满足 E_{goal} 的过程, 实质就是将 E_{re} 和 E'_{re} 的差值分配到各个单元体上, 可以将这个过程称作单元体性能恢复分配. 为了建立单元体性能恢复分配优化模型, 首先做如下约定:

- 1) 航空发动机由 n 个单元体组成, M_i 表示第 i 个单元体;
- 2) 对于 M_i , 由时寿件、AD/ SB、硬件损伤、软时限确定的初始送修工作范围记为 $W_{i,0}$, 可选的送修工作范围的总数, 即级别不低于 $W_{i,0}$ 的送修

工作范围的总数记为 $m_i + 1$, 使用 W_{i,j_i} 表示第 j_i 个可选送修工作范围, $0 \leq j_i \leq m_i$, W_{i,j_i} 和 $W_{i,0}$ 相比, 增加的送修成本为 c_{i,j_i} , 增加的 EGT_M 恢复值为 t_{i,j_i} , 显然, $c_{i,0} \geq 0$, $t_{i,0} \geq 0$, 对于 $0 \leq a \leq b \leq m_i$, 不妨设 $c_{i,a} \leq c_{i,b}$, $t_{i,a} \leq t_{i,b}$;

- 3) 所有单元体还需恢复的 EGT_M 为 $E_{re} - E'_{re}$, 记为 t^* ;
- 4) $\sum_{i=1}^n t_{i,m_i} \geq t^*$, 即所有单元体还能够恢复的最大 EGT_M 不小于 t^* , 保证存在可行的分配方案.

综上, 建立基于成本最小的单元体性能恢复分配优化模型如下:

$$\begin{aligned} \min \quad & f = \sum_{i=1}^n c_{i,x_i} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n t_{i,x_i} \geq t^* \\ & 0 \leq x_i \leq m_i, \text{ 且 } x_i \text{ 为整数} \end{aligned}$$

式中 x_i 表示 M_i 可以选择的送修工作范围的编号.

3 算法

从优化模型可以看出, 单元体性能恢复分配问题是一个整数规划问题. 对于整数规划问题, 常用的求解方法主要有群举法、分支定界法、割平面法等^[11]. 群举法和分支定界法都有计算量大的问题, 而割平面法有收敛慢的问题. 和分支定界法相比, 动态规划因为利用了原问题可以分解为重复子问题的特点^[12], 所以计算量相对小很多. 启发式算法的时间复杂度一般情况下要远远低于动态规划, 但是存在经常不能获得最优解的问题. 本文首先采用动态规划对问题进行求解, 然后设计了一种基于有效 EGT_M 单价的启发式算法对该问题进行求解.

3.1 动态规划

按航空发动机单元体的数量划分阶段, 可以将该问题看成是一个 n 阶段决策问题. 设阶段变量为 k , 状态变量为 s_k , s_k 表示阶段 1 到阶段 k 已经增加的 EGT_M 恢复值, 决策变量为 x_k , x_k 表示 M_k 选择的送修工作范围的编号. 则状态转移方程为

$$s_{k-1} = s_k - t_{k,x_k} \tag{1}$$

允许的决策集合为

$$D_k(s) = \{0, 1, \dots, m_k\}$$

最优值函数 $f_k(s)$ 是 M_1 到 M_k 选择的送修工

作范围能够增加的 EGT_M 恢复值不低于 s 时, 送修成本的最小值, 即

$$f_k(s) = \min_{\substack{\sum_{i=1}^k t_{i,x_i} \geq s \\ 0 \leq x_i \leq m_i, \text{ 且 } x_i \text{ 为整数}}} \sum_{i=1}^k c_{i,x_i} \quad (2)$$

所以可以写出动态规划的顺序递推关系为

$$f_1(s) = \min_{\substack{t_{1,x_1} \geq s \\ x_1 = 0, 1, \dots, m_1}} c_{1,x_1} \quad (3)$$

$$f_k(s) = \min_{\substack{\sum_{i=1}^k t_{i,x_i} \geq s \\ x_k = 0, 1, \dots, m_k}} \{c_{k,x_k} + f_{k-1}(s - t_{k,x_k})\} \quad (4)$$

然后, 逐步计算出 $f_1(s), f_2(s), \dots, f_n(s)$ 及相应的决策函数 $x^1(s), x^2(s), \dots, x^n(s)$, 最后得出的 $f_n(t^*)$ 就是所求的最小成本, 其相应的最优策略由反推运算即可得出。

3.2 启发式算法

对于单元体性能恢复分配问题, 有这样一种直观的认识: 如果优先选择那些增加的 EGT_M 恢复值高, 但增加的送修成本低的送修工作范围, 则最终的方案可能要好一些。基于这样的想法, 首先定义有效 EGT_M 单价, 设某种状态下, 选择送修工作范围 $W_{i,j}$ 后超出 E_{goal} 为 $e_{i,j}$, 则有效 EGT_M 单价 $p_{i,j}$ 按照如下公式进行计算:

$$p_{i,j} = \begin{cases} \frac{c_{i,j}}{t_{i,j} - e_{i,j}}, & \text{if } e_{i,j} > 0 \\ \frac{c_{i,j}}{t_{i,j}}, & \text{if } e_{i,j} \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

算法的具体流程如下:

- 1) 各个单元体的级别高于初始送修工作范围的送修工作范围组成待选送修工作范围集合, 计算所有待选送修工作范围的有效 EGT_M 单价 $p_{i,j}$, 将待选送修工作范围按照 $p_{i,j}$ 从低到高排序;
- 2) 检查当前各个单元体选择的送修工作范围能够恢复的 EGT_M 是否满足 E_{goal} , 如果满足, 结束, 否则, 进行下一步;
- 3) 检查各个待选送修工作范围的 $p_{i,j}$ 是否需要重新计算, 如果需要, 对其进行计算, 并将其按照 $p_{i,j}$ 的大小调整到合适的位置;
- 4) 对于待选送修工作范围集合中的 $p_{i,j}$ 最小的送修工作范围 $W_{i,j}$, 判断 M_i 的送修工作范围 $W_{i,j'}$ 是否为 $W_{i,0}$, 如果是, 将 $W_{i,j}$ 作为 M_i 的送修工作范围, 如果不是, 比较 $t_{i,j}$ 和 $t_{i,j'}$ 的大小,

选择较大的作为 M_i 的送修工作范围, 将 $W_{i,j}$ 从待选送修工作范围集合中删除, 返回 2)。

3.3 算法比较

为了对动态规划和启发式算法进行比较, 首先随机产生 50 个单元体性能恢复问题, 具体地, 航空发动机单元体的数量符合 10~ 40 的平均分布, 各个单元体能够选择的送修工作范围的数量符合 0~ 3 的平均分布, 各个送修工作范围能够恢复的 EGT_M 相比低一级的送修工作范围的增量符合 0~ 6 的平均分布, 送修成本的增量符合 10~ 40 的平均分布, 还需恢复的 EGT_M 符合 0~ 40 的分布, 然后分别采用两种算法对问题进行求解。按照这种方法进行了 5 次试验, 具体比较结果见表 1。

表 1 启发式算法和动态规划的比较

Table 1 Comparison of heuristic and dynamic programming

试验 编号	启发式算法/ 动态规划		
	时间 消耗比	求得最优解的 问题数量比	和最优值的 相对平均偏差
1	0.057	0.60	0.077
2	0.058	0.44	0.101
3	0.052	0.64	0.087
4	0.079	0.46	0.088
5	0.066	0.62	0.075

从表 1 中可以看出, 启发式算法的求解速度远远高于动态规划, 平均所需时间不足动态规划的 1/16; 动态规划可以保证获得问题的最优解, 启发式算法获得最优解的数量平均占到 55.2%; 对于使用启发式算法没有获得最优解的问题, 和最优值的相对平均偏差最大为 0.101, 平均值为 0.0856。所以, 在实际应用中, 如果对求解时间有比较高的要求, 比如在制定航空发动机年度维修预算时, 需要估计全机队预计送修的发动机的送修工作范围, 这时候可以采用启发式算法进行求解; 如果对解的质量要求比较高, 比如在航空发动机实际送修时制定送修工作范围, 可以采用动态规划进行求解。

4 应 用

在本文提出的单元体送修工作范围决策方法的基础上, 开发了一套航空发动机送修工作包管

理原型系统. 系统的主要功能包括客户化送修工作范围计划(customized workscope plan guide, 简称 CWPG) 结构化管理, 单元体送修工作范围推理和航空发动机送修工作包的自动生成, 具体如下:

1) CWPG 结构化管理. 主要实现航空发动机各个单元体的送修工作范围级别的定义, 各个送修工作范围对应的具体修理工作的定义以及各个送修工作范围能够执行的 A D/SB 的定义.

2) 单元体送修工作范围推理. 该部分是系统的核心部分, 主要实现单元体送修工作范围的制定. 具体制定过程有两种模式, 全自动模式和交互式模式. 在全自动模式下, 用户只需要设置好航空发动机的送修目标, 系统会按照本文提出的单元体送修工作范围决策方法给出各个单元体的送修工作范围. 在交互式模式下, 系统允许用户对决策过程进行干预. 考虑到实际情况, 不论选择哪种模式, 都允许对结果进行人工调整.

3) 送修工作包的自动生成. 根据 CWPG 和制定的送修工作范围自动生成送修工作包文件.

目前, 该系统已经在某大型航空公司进行了试用. 试用涉及的机型主要有 PW4000, PW4077D, CFM 56-5C 等. 试用结果表明使用本系统进行单元体送修工作范围的制定, 可以大大节约制定时间, 有效降低送修成本. 因为本文提出的单元体性能恢复分配优化模型没有考虑单元体性能匹配的问题, 所以系统制定的单元体送修工作范围有时还需要工程师进行调整. 但总的来说, 本文提出的单元体送修工作范围决策方法是有效的, 原型系统可以满足航空公司的需求. 系统的一个典型界面如图 1 所示.

送修工作包制表

修理工作包编号: 4077D2220750901B0
发动机型号: PW4077D
总时间/总循环: 782.8 / 1216
拆下原因:

版本状态: 工作版本
飞机注册号: B-2067
TSPP/CSPR: 782.8 / 1216
拆下日期:

执管基地:
发动机位置:
TSLV/CSLV:

选择审批人员:

目标条件

单元体工作范围

更换的时寿件清单

执行的 SB 清单

执行的 AD 清单

附件工作指令

在置时

重置

交互式制定工作范围

全自动制定工作范围

当前 BGTm: 15 目标恢复 BGTm: 35 已分配恢复 BGTm: 能够恢复 BGTm:

操作	单元体号	单元体名称	时寿件	单元体时间	零件损伤
☐	00	风扇叶片单元体	Check & Repair / Mo	Check & Repair / Mo	Check & Repair / Mo
☐	01	低压压气机	Gas Path Restoration	Check & Repair / Mo	Check & Repair / Mo
☐	02	风泵机匣	Module Level Inspect	Module Level Inspect	Module Level Inspect
☐	03(A)	角齿轮箱	Module Level Inspect	Module Level Inspect	Module Level Inspect
☐	03(I)	中介机匣	Module Level Inspect	Module Level Inspect	Module Level Inspect
☐	04	高压压气机	Heavy Maintenance	Check & Repair / Mo	Module Level Inspect
☐	05	扩散机匣和外燃统	Repair	Module Level Inspect	Heavy Maintenance
☐	06	涡轮进口导向器和	Module Level Inspect	Module Level Inspect	Module Level Inspect
☐	07	高压涡轮	Gas Path Restoration	Heavy Maintenance	Check & Repair / Mo

图 1 原型系统典型界面

5 结 论

面向目标的单元体送修工作范围决策方法以送修目标为出发点, 能够避免传统决策方法容易出现过的维修和欠维修问题, 保证了飞行安全, 节约了送修成本. 单元体性能恢复分配是决策过程中的一个难点. 本文在建立基于成本最小的单元体性能恢复分配优化模型的基础上, 分别采用动态规划和启发式算法对问题进行了求解. 动态规划可以获得该问题的最优解, 启发式算法则有很高的求解效率. 为了对本文提出的决策方法进行验证, 开发了一个航空发动机送修工作包管理原型系统, 并在某家大型航空公司进行了试用. 试用结果表明本文提出的决策方法是有效的, 能够满足航空公司的要求.

参考文献:

[1] Joo S J. Scheduling preventive maintenance for modular designed components: a dynamic approach [J]. European Journal of Operational Research, 2009, 192(2): 512-520.

[2] Hopp W J, Kuo Y L. An optimal structured policy for maintenance of partially observable aircraft engine components [J]. Naval Research Logistics, 1998, 45 (4): 335-352.

[3] Goh S, Coleman C P. Sustainment of commercial aircraft gas turbine engines: an organizational and cognitive engineering approach [R]. AIAA-2003-6816, 2003.

[4] 梁剑, 左洪福, 常继百, 等. 基于统计粗集模型的航空发动机维修等级预测方法研究 [J]. 应用科学学报, 2005, 23 (2): 196-199.
LIANG Jian, ZUO Hongfu, CHANG Jibai, et al. A research on aerorengine maintenance level prediction based on statistical rough sets theory [J]. Journal of Applied Sciences, 2005, 23(2): 196-199. (in Chinese)

[5] 张海军, 左洪福, 梁剑. 基于信息熵属性约简的航空发动机送修等级决策 [J]. 系统工程, 2005, 23(7): 105-108.
ZHANG Haijun, ZUO Hongfu, LIANG Jian. Maintenance level decision of civil aviation engine based on comentropy attribute reduction [J]. Systems Engineering, 2005, 23(7): 105-108. (in Chinese)

[6] 谢庆华, 梁剑, 左洪福. 基于变精度粗糙集的航空发动机送修等级决策 [J]. 系统工程理论方法应用, 2006, 15(4): 380-384.
XIE Qinghua, LIANG Jian, ZUO Hongfu. Studies on maintenance level decision of aerorengine based on variable precision rough sets theory [J]. Systems Engineering Theory Methodology Applications, 2006, 15(4): 380-384. (in Chinese)

[7] 封涛. 加强送修管理, 提高民航发动机的使用可靠性 [J]. 民航科技, 2004(5): 89-90.

FENG Tao. Strengthen the maintenance management, improve the reliability of civil aeroengine[J]. Civil Aviation Science and Technology, 2004(5): 89-90. (in Chinese)

[8] Barron M L. Crack growth based predictive methodology for the maintenance of the structural integrity of repaired and nonrepaired aging engine stationary components[R]. DOT/FAA/AR-97/88, 1999.

[9] Saranga H. Opportunistic maintenance using genetic algorithms[J]. Journal of Quality in Maintenance Engineering, 2004, 10(1): 66-74.

[10] 付尧明. 民用涡扇发动机在使用和维护中的 EGT 裕度管理[J]. 航空维修与工程, 2005(1): 44-45.

FU Yaoming. Management of EGT margin of civil turbofan in the use and maintenance[J]. Aviation Maintenance and Engineering, 2005(1): 44-45. (in Chinese)

[11] 傅家良. 运筹学方法与模型[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2006.

FU Jialiang. Operations research: methods and models [M]. Shanghai: Fudan University Press, 2006. (in Chinese)

[12] Cormen T H, Leiserson C E, Rivest R L, et al. Introduction to algorithms [M]. 2nd ed. Massachusetts: The MIT Press, 2001.

